Grado M+I
Curso 2014-2015

Cálculo I

Matemática Aplicada
ETSII-UPM

Conjuntos numéricos - Entrega 1

Manejo simbólico

APELLIDOS:
NOMBRE:

1. Define por extensión el conjunto S de todos los números naturales impares mayores o iguales que 5 y menores que 22.

$$S =$$

2. Define por compresión los siguientes conjuntos:

1. $A = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28\}=$
2. $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...\}=$
3. $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...\}=$
4. $D = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...\}=$

3. Sea $\mathbb{N}$ el conjunto de los números naturales. Consideremos los siguientes subconjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ y $C = \{7, 8, 9\}$. Calcula:

$$A \cup B = \qquad A \cap C = \qquad A^c =$$
$$A \cap B^c = \qquad A \setminus B = \qquad A \cup (B \setminus C) =$$

4. Escribe, usando cuantificadores, la negación de cada una de las siguientes proposiciones, y di cuál es la verdadera

1 $\forall x \in (0, \infty)$, se tiene que $x^2 - x > 0$

No 1

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

2 $\exists x \in (0, \infty)$ tal que $x^2 - x > 0$.

No 2

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

3 $\forall x \in (-\infty, 1), \exists M \in (0, \infty)$ tal que $x < M$.

No 3

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

5. Escribe la negación de las siguientes afirmaciones:

1 $\equiv$ Para todo número natural n se tiene que $n < n^2$.

No 1 $\equiv$

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

2 $\equiv$ Para todo número natural n se tiene que $n > 2$.

No 2 $\equiv$

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

3 $\equiv$ Para cada número natural par n hay un número natural impar k tal que $k < n$.

No 3 $\equiv$

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

4 $\equiv$ Para cada número natural impar n hay algún número natural par k tal que $k < n$.

No 4 $\equiv$

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

5 $\equiv$ Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in \mathbb{N}$ se tiene que $k \leq n$.

Escribe con tus propias palabras una frase que exprese lo mismo que 5.

No 5 $\equiv$

¿Cuál de las dos afirmaciones es cierta? ¿Por qué? Justifica la respuesta.

6. Demuestra las siguiente proposiciones:
6.1. Si $n \in \mathbb{N}$ es impar entonces n^2 es un número impar.

6.2. Si $n \in \mathbb{N}$ y n^2 es par entonces n es par (utilizar reducción al absurdo).

6.3 Sea $A = \{1, 2, 3, 15\}$. ¿Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $k \in A$ se tiene que $k \leq n$?

7. Demuestra por inducción la siguiente igualdad para cada $n \in \mathbb{N}$:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1.$$